WTC: física para un colapso

J. Plaza - http://gluonconleche.blogspot.com
Gluon.con.leche@gmail.com

Introducción

Parafraseando a Paul Dirac, podríamos decir que

"Ciencia es coger conceptos complicados e intentar hacerlos fáciles. Lo contrario es charlatanería"

Y es que para dar una respuesta basada en ciencia a un fenómeno o situación, es necesario entender el asunto con cierta profundidad. Sólo así se puede presentar un escrito lo más simple posible, pero que no tiene garantizado que sea fácil de entender. Un día, un alumno le dijo a Dirac en clase:

- *Esa explicación es la misma que da usted en su libro, pero es muy complicada. ¿Podría por favor, intentar explicarlo de otra manera más sencilla?*

Su respuesta fue:

- *Si en el libro lo escribí así, y así lo cuento hoy, es porque no he encontrado una manera más fácil de explicarlo*

Explicar y entender por qué el colapso de las torres gemelas es posible, requiere hablar de física de materiales, muelles y energías varias ("*intentar hacer fácil lo complicado*"). En cambio, decir que las torres fueron demolidas con cargas explosivas, presenta una solución de entendimiento rápido y simple, pero que encubre que la complejidad de tal acción hace que la solución más sencilla sea realmente la explicación del colapso ("*hacer complicado lo fácil*")

Toda esta introducción es sólo para advertir de que el escrito que va a continuación es largo. Contiene ecuaciones, gráficas y conceptos que requieren el esfuerzo por parte del lector de ser pensados, entendidos y asimilados.

No encontré una forma más sencilla de explicarlo.

Sobre la estructura del texto

El texto principal presenta resultados numéricos, pero no la forma de obtenerlos. Tras él, hay varias notas que aclaran o presentan los cálculos formales. De esta forma, los no interesados en los cálculos verán los menos posibles, y los interesados siempre podrán consultarlos.

Física de materiales: la ley del muelle

La física de materiales es una rama que estudia las propiedades mecánicas de los materiales, como son su dureza, resistencia, su comportamiento ante fuerzas externas ejercidas sobre ellos, y cómo estos materiales pierden esas mismas propiedades.

Un material es un conjunto de átomos dispuestos de forma ordenada (la mayoría de las veces). Los átomos se colocan en las posiciones donde permanecen en un *equilibrio estable*, de forma que cualquier intento de cambiarlos a otro lugar requiere aportar una fuerza. Si esta fuerza no es suficiente, cuando cesa los átomos vuelven a su sitio original. Este comportamiento microscópico tiene su traducción al mundo macroscópico en variaciones de tamaño del material. Al aplicar una fuerza, éste se deforma alargándose o encogiéndose (según el sentido de la fuerza aplicada), y si no es suficiente, entonces al cesar la fuerza el material recupera su tamaño original. Es el comportamiento que todos reconocemos en un muelle, pero que es común a todos los materiales, aunque el efecto no sea tan visible.

Este tipo de comportamiento en que la fuerza deforma de manera *no permanente* un material, se denomina *elástico*. Si en cambio, la fuerza es suficiente como para hacer cambiar de posición a los átomos, entonces la deformación del material será *permanente*, y estamos hablando de un comportamiento *plástico*. Cuando un material se deforma plásticamente, en realidad está perdiendo sus propiedades originales. Se ha alejado a los átomos de sus puntos de equilibrio, y éstos buscan uno nuevo a través de la formación de *dislocaciones* y *fracturas*. El material se vuelve más frágil y débil. Si un muelle se estira demasiado, termina por deformarse y deja de ser un muelle. Un material deformado plásticamente, no recuperará sus propiedades elásticas.

Lo que determina el comportamiento elástico o plástico es la cantidad de fuerza empleada. El rango de fuerza que se puede emplear, manteniendo las propiedades elásticas de un material dado, puede depender de muchos factores. Uno es la temperatura. En la siguiente gráfica se muestra el comportamiento del acero a distintas temperaturas:

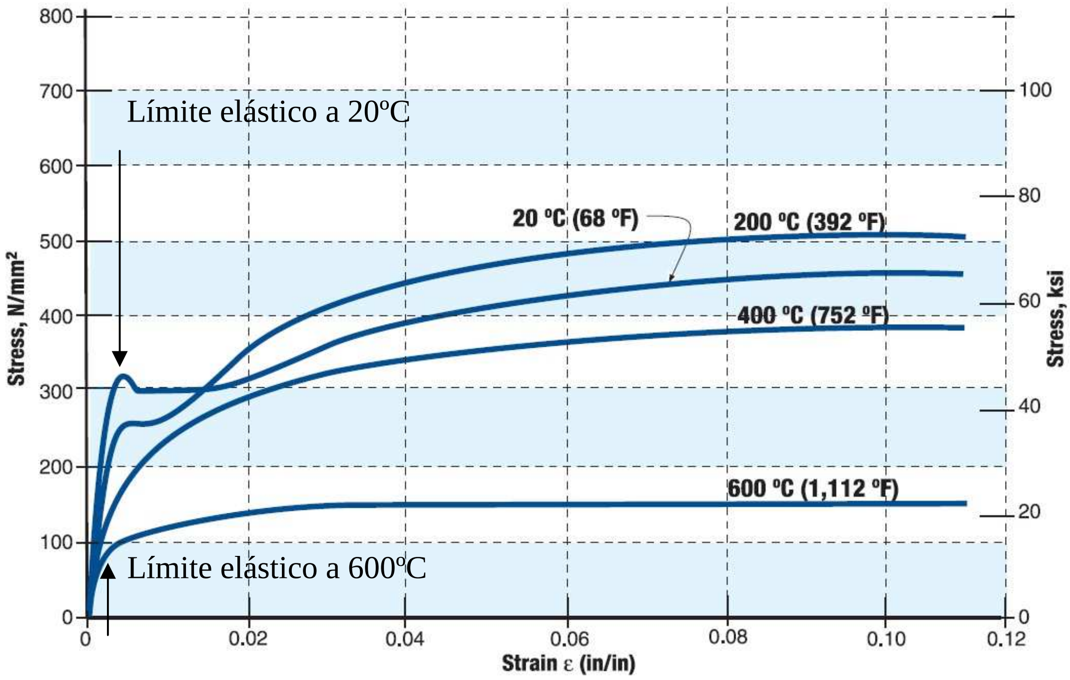


Figure A-5 Stress-strain curves for structural steel (ASTM A36) at a range of temperatures (SFPE 2000).

FEDERAL EMERGENCY MANAGEMENT AGENCY — *A-11*

Obtenida del estudio de la FEMA (*Federal Emergency Management Agency*) "*World Trade Center building performance study*" (Anexo A).

En el *eje y* está representada la presión (fuerza por unidad de superficie) o *tensión* (*stress*) que se aplica a un material. En el *eje x* se representa la deformación (*strain*) relativa: este valor multiplicado por 100 representa el tanto por ciento que ha variado el tamaño. Para una barra de 1 metro de largo, una deformación de ε=0.02 representa una variación de 2 centímetros (el 2%).

Todas las curvas se caracterizan por dos regiones: una primera que es aproximadamente una recta. Es la zona elástica, donde la *deformación es proporcional a la tensión ejercida*. Esta es la conocida como *Ley de Hooke*, que es la misma que describe el comportamiento de un muelle:

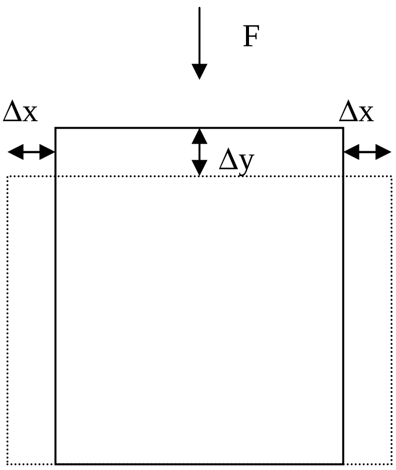
$$F = -k\Delta x$$

donde F es la fuerza aplicada, k una constante propia del material, y Δx es la diferencia entre el tamaño original (x_0), y el tamaño actual ($\Delta x = x - x_0$, mientras que ε se define como $\varepsilon = \Delta x / x_0$). El signo menos significa que la fuerza con que responde el material va en sentido contrario a la fuerza F ejercida. La Ley de Hooke es importante porque muchas situaciones físicas se pueden describir matemáticamente por expresiones similares.

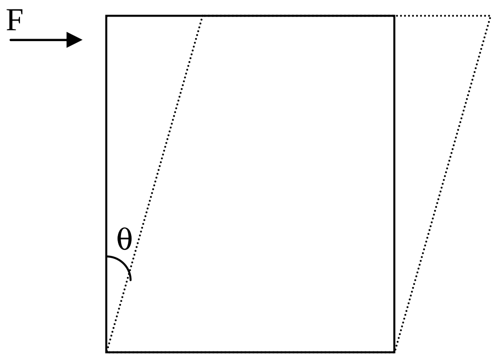
La segunda es una zona más plana, que representa la zona plástica. En realidad, es una zona que indica que una vez pasado un valor límite de fuerza, se puede obtener cualquier deformación sin necesidad de hacer más fuerza, o incluso el material puede romperse. El material en esta zona ya no tiene las mismas propiedades de resistencia que antes, y cuando deje de aplicarse la tensión, el material permanecerá con esa deformación. Tal y como se ve en las curvas, la zona elástica, y la máxima fuerza que se puede ejercer sin deformar plásticamente el acero, dependen de la temperatura. Cuanto menor sea la zona elástica, y cuanto menor sea la presión máxima que se puede aplicar, entonces peor resiste el acero a una tensión dada. A 20ºC, el acero aguanta hasta 300N/mm^2, pero a 600ºC, no llega a 100N/mm^2, 3 veces menos.

La deformación puede ocurrir de diversas formas. La más común es la deformación *axial*. Si se aplica una fuerza en vertical, la deformación será igualmente en ese eje. Aunque puede ocurrir una deformación en los otros dos ejes cartesianos, que no vamos discutir aquí. Se habla de *tensión compresiva* cuando se está comprimiendo, y *tensión expansiva* cuando se está estirando

Otro tipo de deformación es debida a la *cizalladura*. Al igual que para la tensión axial, la tensión de cizalladura también obedece a una ley de Hooke en el rango elástico, con su propio coeficiente k, pero la deformación no se expresa como una variación del tamaño, sino del *ángulo* que forman los ejes. Es por ejemplo, el tipo de deformación que se hace al doblar una barra.



Deformación biaxial
$F=-k_y\Delta y$



Deformación de cizalladura
$F=-k_\theta \theta$

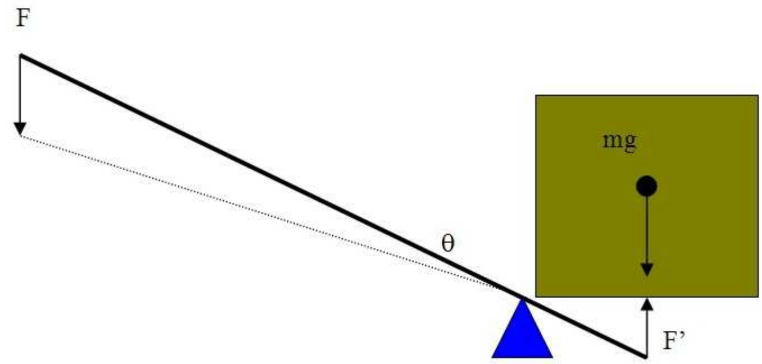
Respuesta frente a una carga estática

Pongamos que tenemos una barra de acero a 20ºC. ¿Qué resistencia tiene? La gráfica de *tensión – deformación* anterior nos sirve para hacernos una idea. Si miramos la zona elástica, es una recta que alcanza un valor máximo de tensión alrededor de 300 N/mm^2. Este es el valor máximo de tensión axial que puede soportar el acero, y que le hace tener una deformación de 0.0035 (0.35%). Es decir, una barra de ***1 metro*** de largo, variaría su longitud en ***3.5 milímetros***. Es una deformación muy pequeña. Y para conseguirla se requiere aportar una tensión inmensa. Una tensión de 300 N/mm^2 son $3\cdot10^8$ N/m^2. La presión atmosférica es de 10^5 N/m^2. Es decir, se necesita ejercer una presión *3000 veces mayor que la atmosférica* para llegar al límite elástico del acero.

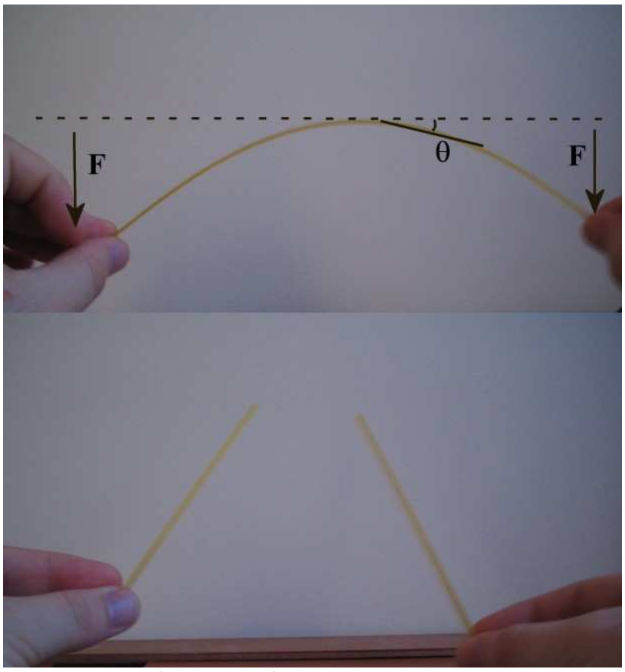
Y eso es mucho. Por ejemplo, la presión que se alcanza en el fondo de la fosa de las Marianas (11 km de profundidad) es de 10^8 N/m^2, 1000 veces mayor que la atmosférica, pero 3 veces menor de la máxima que aguanta el acero. (1)

No dispongo de datos para la cizalladura, pero es intuitivo ver que la resistencia a cizalladura es muchísimo menor. O al menos, que es muchísimo más fácil de conseguir la tensión necesaria para vencerla. La deformación permanente por cizalladura, lo que más comúnmente conocemos por "*doblar*", se puede hacer gracias a la *ley de la palanca*. Una palanca nos permite levantar pesos elevados aplicando una fuerza mínima. La poca fuerza que nosotros aplicamos en el extremo largo de la palanca, se convierte en el extremo corto en una fuerza mucho mayor… en un material idealmente rígido.

En una palanca real, ésta se dobla por su punto de apoyo. Si el objeto a levantar no es muy pesado, la deformación será elástica, el material la contrarrestará haciendo una fuerza en sentido contrario, y se levantará el peso. Pero si el objeto es demasiado pesado, la fuerza hecha en el extremo largo hará que el material no responda con la suficiente fuerza contraria, se sobrepase el límite elástico, y que la barra se doble permanentemente, o que incluso se rompa.



Este es el mecanismo que se usa habitualmente para partir, cortar o romper materiales: Una tabla se coge por los extremos, y se dobla. En el centro de la tabla aparece una deformación que termina por romper.



Un spaghetti se parte por acción de la tensión de cizalladura que aparece en su centro al doblarlo

Resistencia frente a una carga dinámica

Una barra de acero es realmente muy resistente frente a una fuerza ejercida a lo largo de uno de sus ejes, producida por ejemplo por una masa depositada en su parte superior. No lo es tanto para una deformación de cizalladura: es más fácil doblar una barra que comprimirla. Pero, ¿cómo de resistente a la compresión sería frente a una masa que cae con una velocidad dada?

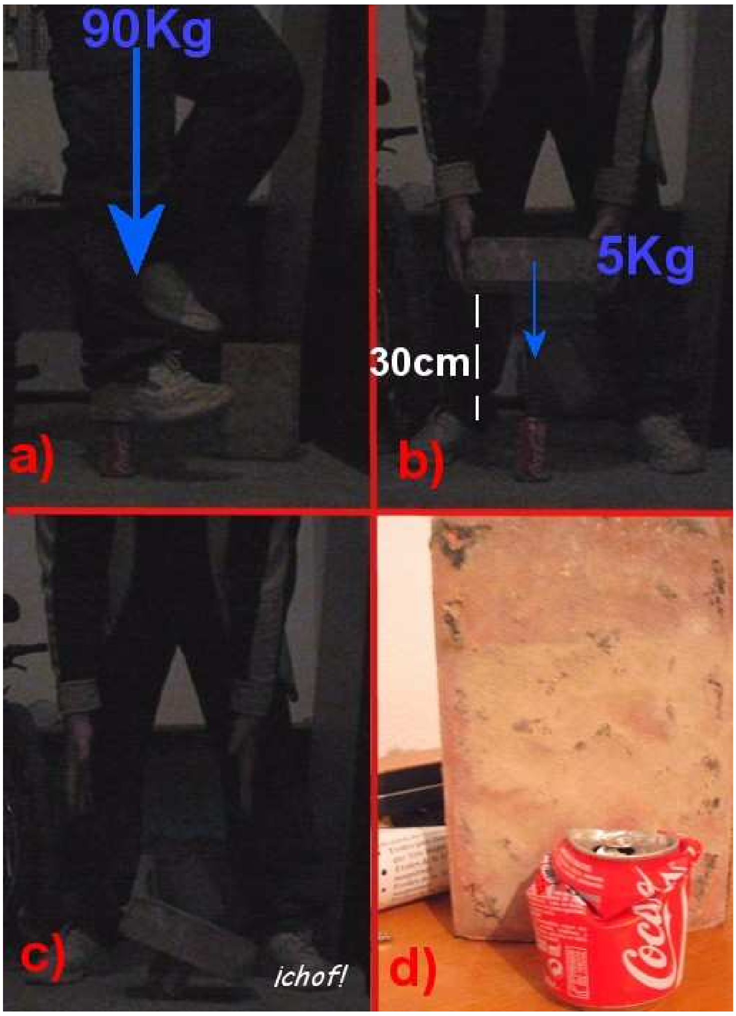
Se puede hacer una pequeña prueba, que da unos resultados que ***no sorprenderán a nadie***, pero que mirados en este contexto revelan que esa resistencia no es tan elevada como se pudiera pensar:

Las latas de refresco están hechas de aluminio y sus paredes son muy finas. Son fáciles de doblar, arrugar y romper. Y sin embargo, pueden aguantar el peso de una persona de 90 kilos. Seguro que más de uno en su juventud ha hecho la prueba.

Pero, si dejamos caer un adoquín de sólo 5 kilos *(¡casi 20 veces más ligero!)*, desde una altura de entre 30 y 40 cm, la lata se aplasta. Algún lector estará ahora diciendo:

- *Pues claro ¡Qué te esperabas!*

Seguro que a nadie le extraña este resultado, pero lo que viene a demostrar es que **¡no es lo mismo soportar una masa estática, que frenar una masa en caída!**



La resistencia frente a tensiones compresivas axiales en estático puede ser muy elevada. Más de un lector recordará el programa *¡Qué apostamos!*, con el omnipresente Ramontxu, y la bióloga más famosa de España; y alguno incluso recuerde aquella apuesta en la que se colocó un tractor ***¡sobre 4 macarrones!***

Pero cuando la masa se halla en movimiento, la cosa es radicalmente distinta. Una masa en caída posee una energía cinética que una carga estática no tiene, que es proporcional a la masa, y al cuadrado de la velocidad. Cuando la masa choca, parte de esta energía es disipada por el material como deformación elástica primero, y plástica después. En este caso, la lata de refresco aguanta a una persona de 90 kg, pero ha bastado un adoquín de 5 kg con casi 20 J de energía cinética para aplastarla.(2)

Energía necesaria para deformar por compresión el acero

Sabiendo pues que la respuesta frente a una masa en movimiento es distinta a la de una estática, hay que plantearse cual es la energía necesaria para llegar deformar plásticamente el acero que soportaba a las torres gemelas.

Partimos de la Ley de Hooke. Lo primero es determinar la constante k. Los datos que se obtienen de la primera gráfica son que el límite elástico se alcanza con una tensión de $P_0=3\cdot10^8$ N/m^2, y una deformación relativa de $\varepsilon_0=0.0035$. Suponiendo que todas las columnas están intactas, la tensión de compresión se reparte entre todas ellas de forma proporcional a su superficie. Matemáticamente, es equivalente a tener una sola columna con un área total igual a la suma de todas ellas, y así vamos a tratar el problema.

Cada piso del WTC poseía 236 columnas de acero en el perímetro exterior, con una sección de 0.0184 m^2 cada una. Las columnas del núcleo eran 47, con una sección de 0.1236 m^2 (3). Esto hace una superficie total de 10.15m^2 sobre la que descansaba cada piso. La altura de cada piso era de 3.79 metros. Con estos datos, se puede determinar la constante k de la Ley de Hooke, que es $k= 2.3 \cdot 10^{11}$ *N/m* (4).

Conocida la constante, se puede hallar ahora la energía que es necesaria suministrar para que las columnas se compriman un 0.35% (es decir, que alcancen el límite elástico). El resultado es $U=2.02 \cdot 10^{7}$ *J* (5). Esto son 20 millones de Julios, un millón de veces más que el adoquín de 5 Kg del ejemplo de la lata de refresco, dejado caer desde 40 cm.

La pregunta es: ¿podrían *uno o varios* pisos del WTC desarrollar más de esa energía durante su caída? Si fueran capaces, entonces serían capaces de debilitar las columnas que soportan el piso inferior con el que chocan, y hacer que el colapso piso a piso sea posible.

Modelo de colapso: conservación de energía

El modelo del colapso tiene en cuenta la conservación de momento cinético. Cuando un piso choca con el inferior y lo arrastra consigo, la masa total del bloque que cae ha aumentado, y por tanto, la velocidad ha tenido que disminuir. En concreto, la velocidad tras el choque se puede expresar así (6):

$$v_2 = \frac{n}{n+1} v_1$$

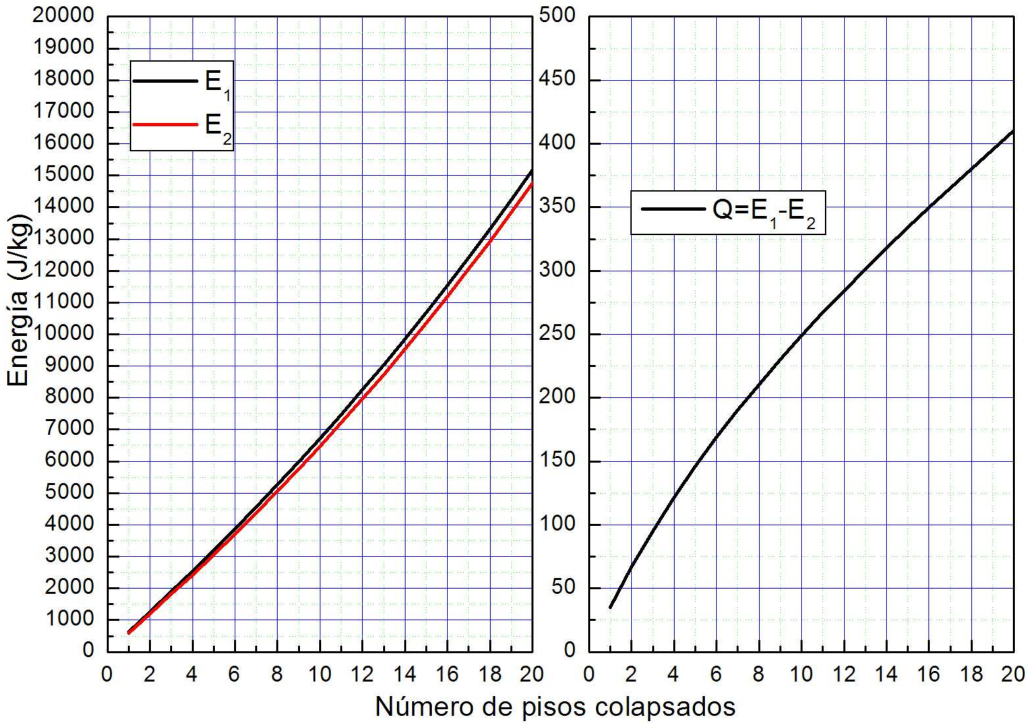
siendo n el número de pisos que forman el bloque de caída, v_1 la velocidad antes del choque, y v_2 la velocidad después del choque.

Sin embargo, cuando miramos el balance energético (la energía *antes* y *después* del choque), resulta que la energía *no se conserva*. Si se conservara, la diferencia entre las situaciones antes y después sería exactamente 0, pero en cambio, se encuentra que (7)

$$E_1 - E_2 = \frac{E_1}{n+1}$$

Llamaremos a esta cantidad Q. Es una cantidad positiva, lo que quiere decir que la energía cinética del nuevo bloque surgido después del choque es menor que la del bloque antes de chocar. ¿Dónde se ha ido el resto de energía? Se emplea en deformación compresiva de los soportes para provocar el colapso.

La energía cinética E_1 aumenta según avanza el colapso. Q es una pequeña fracción de E_1, cuyo valor *también crece* a medida que avanza el colapso. Es decir, que si en el primer choque hay energía suficiente para producir el colapso, en los siguientes choques va a haber más energía disponible todavía.



Esta gráfica lo muestra claramente (8). Se ve que partiendo de un colapso desde el piso 93 del WTC1 (el primer bloque que cae tiene por tanto 17 pisos), la energía Q aumenta cada vez más. Q es muy pequeña comparada con E_1 y E_2, pero aumenta según caen los pisos. Si Q es suficiente como para hacer colapsar el piso 92, entonces también hay suficiente en los siguientes choques para hacer colapsar el piso 91, 90, 89… etc

Una vez comenzado el colapso, la ***única*** opción de frenarlo está en el primer choque. Si la energía sobrante Q es suficiente para vencer la resistencia de los soportes en el primer choque, ***entonces es imposible frenar el colapso.***

Esto tiene su repercusión en la teoría de la demolición, porque demuestra que es ***innecesario*** llenar las torres de explosivos. Si se produce un colapso, éste es imparable, y no es necesario colocar bombas en los pisos inferiores. Es, *complicar lo sencillo*.

Para este análisis también es importante el resultado, porque hace que sólo sea necesario analizar el primer choque, el del bloque que inicia la caída con el piso inferior. Analicemos pues la caída del WTC1. El bloque inicial consta de 17 pisos (el colapso empieza en el piso 93 de 110). Por lo que su masa es de 17·m, siendo m la masa media de un piso. La distancia al piso 92 es de 3.79 metros, que recorre en 0.88 s, alcanzando una velocidad v_1=8.61 m/s (9).

La energía cinética antes del choque, que depende de la masa media m, es E_1=630.1·m Julios. La energía después del choque es E_2=595.1·m Julios, y por tanto, la energía sobrante Q=35·m Julios (10)

No he querido sustituir los valores conocidos de m y calcular directamente Q, para calcular otra cosa, que da una idea sobre la posibilidad de que ocurra el colapso: ¿Qué masa es la ***mínima necesaria*** para conseguir un colapso imparable con un bloque inicial de 17 pisos cayendo?. Esto es, calcular *m* tal que la energía Q coincida con la energía $U=2.02\cdot10^7$ J, la mínima necesaria para alcanzar el límite elástico del acero.

Este valor es de sólo ***577 toneladas***. (11) Si todos los pisos tuvieran una masa mínima de 577 toneladas, sería suficiente para que la torre norte empezara un colapso desde el piso 93. Si fuera menor, entonces las columnas lo hubieran frenado.

La masa media de cada piso del WTC era ***de 4600 toneladas*** (3), *8 veces más*, lo que quiere decir que en el primer colapso, el bloque de 17 pisos tenía 8 veces más energía que la necesaria para sobrepasar el límite elástico de las columnas de acero.

La resistencia del acero se sobrepasaba con creces por la energía cinética del bloque en caída. ***El colapso era inevitable***.

Se puede calcular otro dato interesante: si el bloque inicial hubiera sido de un sólo piso, ¿qué masa debería tener éste para producir el colapso?. Esta masa es de ***1000 toneladas***, más de 4 veces menos que el peso promedio real. Es decir, ***la caída de un sólo piso también hubiera producido un colapso imparable***. (11)

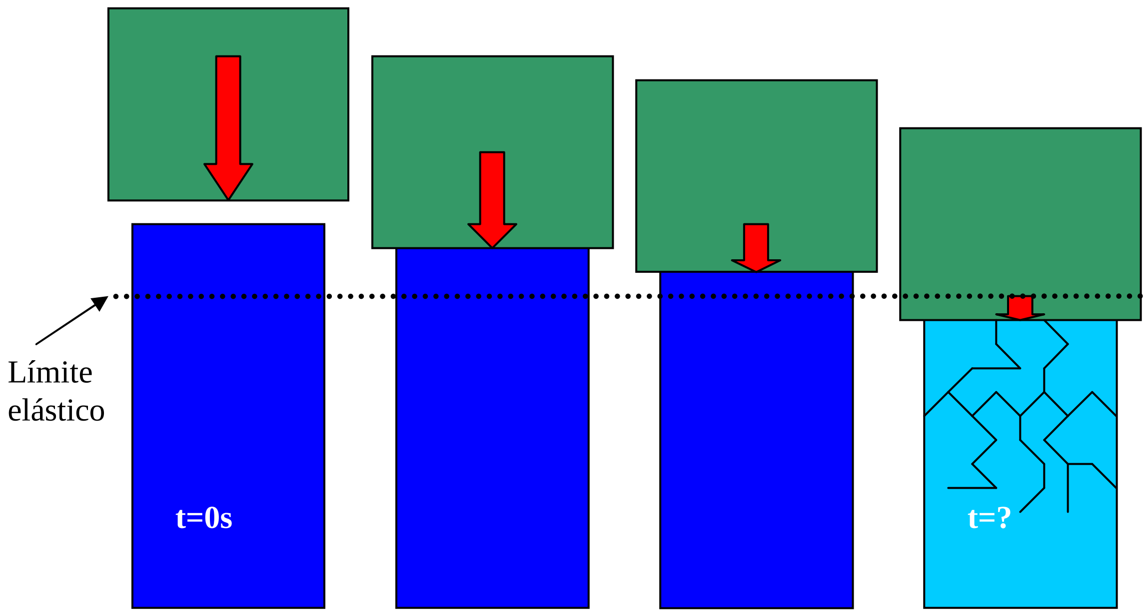
Retraso en la caída

Después de esto, el único aspecto que puede quedar por aclarar es el retraso de la caída. El modelo del colapso supone que cuando el bloque llega al piso inferior, la disminución de velocidad, y la puesta en movimiento del piso recién colapsado *son instantáneas*. Esto implica que el retardo que se introduce por el tiempo que tardan en deformarse y ceder las columnas es despreciable frente al tiempo que duran las caídas. Si no fuera así, al tiempo de la caída por colapsos, habría que añadirle el tiempo que tarda en producirse el colapso de las columnas.

El tiempo que el modelo del colapso predice para el WTC1 es de 12 segundos (12)

Volvemos a la Ley de Hooke. Es una ecuación que relaciona la deformación con la fuerza aplicada. De esta ecuación, se puede obtener cómo varía la deformación en función del tiempo, dada una condición inicial. Este movimiento no es más que un movimiento armónico simple (13), que se caracteriza por una amplitud, y una frecuencia.

La frecuencia del movimiento se puede calcular a partir de la constante k, y de la masa del bloque que cae más la del piso que está en ese momento colapsando. La única incógnita que queda por averiguar es el valor de la amplitud de la oscilación. La amplitud dice cual es el valor máximo que alcanza la deformación en ese movimiento armónico. Mientras su valor no sea mayor que la máxima deformación permitida, entonces no hay problema. Pero si lo supera, eso quiere decir que estamos yendo más allá del límite elástico, y la función deja de ser válida en el momento en que se supera, porque el material ya no se comporta como un muelle.



Resumiendo, cuando el bloque cae, llega con una velocidad determinada. Eso obliga al acero a absorber esa velocidad para frenar al bloque. En un inicio, responde al movimiento armónico simple, hasta que sobrepasa el límite elástico. La pregunta es por tanto ¿Cuánto tiempo se tarda en llegar a ese límite?

Nos fijamos de nuevo en el primer colapso. Si el acero fuera un material elástico ideal, ¿cual sería la amplitud de las oscilaciones producidas si comienzan con una velocidad inicial v_1=8.61m/s?

Esa amplitud es de 16.3 cm (14). La máxima deformación elástica para una columna de 3.79 metros es de 1.3 cm, que es un valor *menor*. Es otra forma de comprobar que efectivamente, el bloque que cae va a *superar el límite elástico*, y provocar el colapso.

En el instante t=0, el bloque comienza a comprimir el acero a una velocidad v_1=8.61 m/s, y a pesar de su resistencia en contra, llega y sobrepasa el valor de 1.3 cm. ¿Cuánto ha tardado en llegar a ese valor la deformación? La repuesta es 0.00151 segundos, *poco más de una milésima* de segundo. (14)

Este retraso se hace menor a medida que avanza el colapso, pero si fuera siempre constante, el retraso acumulado tras 92 pisos sería de *14 centésimas de segundo* más respecto al modelo del colapso sin tener en cuenta este retardo.

Modelos y realidad

Los modelos tratan de describir esquemáticamente una realidad. No tratan de describirla *"al detalle"*, sino que se asumen simplificaciones por varios motivos:

El primero es por una mayor simplicidad de cálculos, porque es simplemente imposible tener en cuenta hasta el más mínimo detalle por la complejidad de los cálculos; el segundo, porque muchas veces los detalles no aportan diferencias significativas. El objetivo de un modelo puede ser obtener una *respuesta aproximada*, y para eso no hace falta modelar hasta el más mínimo detalle. En todo caso, algunos se pueden incluir *a* *posteriori* para refinar el resultado, lo que puede tener sentido *si la observación tiene un margen de error pequeño*, y la primera estimación no resuelve el problema.

Otro motivo para simplificar un modelo es que puede servir para hacer un modelo más exigente que la realidad, por lo que si el modelo exigente predice un colapso, una realidad menos exigente colapsará con toda seguridad.

Sin embargo, estas simplificaciones no son caprichosas, y hay que justificarlas adecuadamente. Si las justificaciones son correctas, y si la estimación coincide con la observación dentro del margen de error, se puede considerar al modelo una descripción veraz de la realidad, por muy esquemática o simple que parezca: no importa, porque *lo principal* sí está tenido en cuenta.

En el modelo del colapso piso a piso, se asumen las siguientes:

- Los pisos que caen arrastran a los siguientes, teniendo en cuenta la conservación de momento cinético. Esto supone que la *resistencia de las columnas de sujeción es despreciable*, y no van a detener el colapso. *Se ha justificado* que una vez iniciado el colapso, es imposible detenerlo por el aumento de energía cinética. También se ha justificado que el primer choque contiene 8 veces más energía que la necesaria para vencer la resistencia a la compresión de las columnas en el WTC1. En el WTC2, el bloque que inicia la caída es aún mayor, y dispone por tanto una energía también mayor para hacer colapsar la estructura. Existe sin embargo, otra justificación para despreciar la resistencia de las columnas, que veremos más adelante.

- *Se desprecia* el tiempo que tardan las columnas en ceder ante la presión que ejercen los pisos en caída. Hemos justificado que tenerlo en cuenta sólo añade una décima de segundo al tiempo total de caída, con lo que la simplificación es razonable. Tendría sentido tener en cuenta estos retrasos si el tiempo de caída observado tuviera una incertidumbre de *centésimas de segundo*. Pero lo cierto es que esa incertidumbre está en torno a *varios segundos*.

- Hemos supuesto que todas las columnas *fallan al mismo tiempo*, considerando una *única columna*. Si consideramos columnas separadas, en las que la tensión se reparte proporcionalmente a su área, la resistencia de cada una de ellas individualmente es menor. La rotura de alguna de ellas produce que a las demás se las exija de pronto aguantar más carga de la prevista, *facilitando aún más* su ruptura.

- La caída *se hace totalmente en vertical*, produciendo única y exclusivamente *fuerzas compresivas*. Esto no es cierto, porque en cuanto haya una caída no vertical, la fuerza se descompondrá en dos partes: tensiones puramente verticales, y tensiones puramente horizontales donde aparecerán *tensiones de cizalladura*, que ya hemos discutido son más fáciles de producir para conseguir deformaciones plásticas. Esta simplificación está introduciendo una exigencia en el modelo *mayor que en la realidad*, ya que el fallo por compresión es el que exige una mayor inversión de energía.

Todas las simplificaciones del modelo están justificadas. Si el modelo predice que el edificio puede caer sólo por los fallos provocados por tensión compresiva de cargas dinámicas, un edificio real que está sometido a tensiones compresivas ***y de cizalladura*** de esas mismas cargas dinámicas ***también*** se va a caer.

La estructura real del WTC

Hemos visto que una estructura resiste mejor cargas estáticas, que masas que caen. Y además, que es más sencillo producir deformaciones de cizalladura *(“doblar”)* que deformaciones por compresión (*“aplastar”*).

Otra suposición implícita en el modelo del colapso es que los pisos del WTC estaban asentados sobre las columnas, y que éstos además son idealmente rígidos, es decir, que son ***indeformables***, de forma que al caer producen tensión compresiva sobre las columnas en que están asentados. La única justificación de esta simplificación es poder asumir que toda la tensión la van a recibir las columnas, y así calcular su efecto sobre ellas. Sin embargo, los pisos en realidad no estaban asentados ***sobre*** las columnas, sino ***colgando*** de ellas (tanto de las paredes exteriores como del núcleo). Es otra simplificación que hace al modelo más exigente que la realidad.

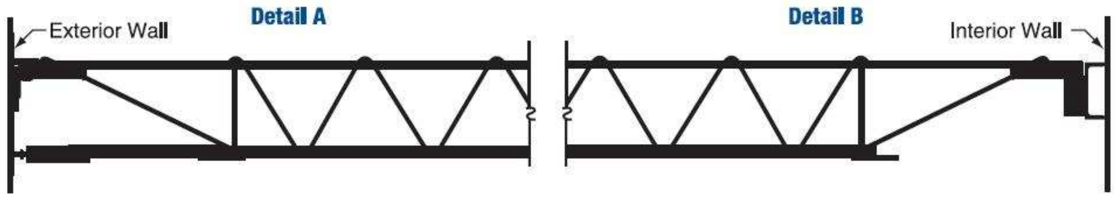


Figure 2-6 Floor truss member with details of end connections.

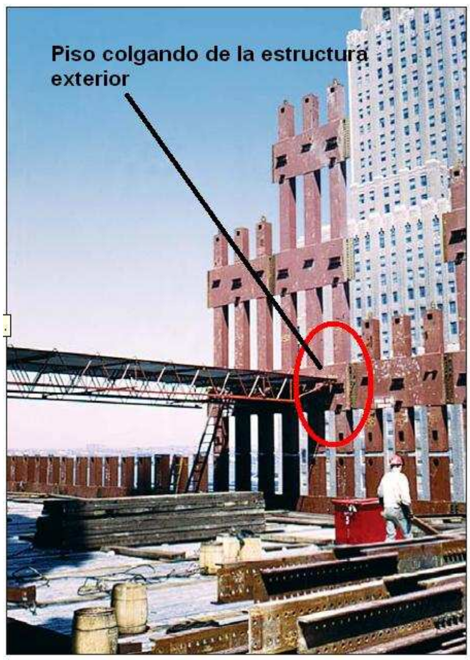


Figure 2-8 Erection of floor framing during original construction.

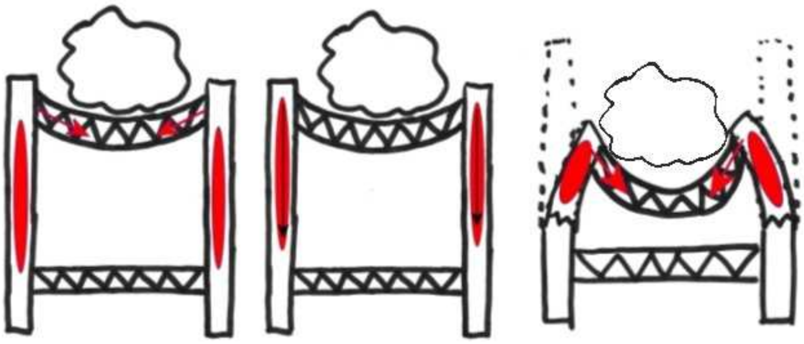
(Imágenes: Estudio del FEMA, Cap. 2)

¿Qué supone este diseño? Que las tensiones que tienen que soportar las columnas no son verticales, sino que tienen componentes de cizalladura.

El piso tiende a caer por gravedad. Su peso se reparte entre los apoyos en las columnas exteriores de la pared, y las interiores del núcleo. Al no estar apoyado sobre la base de éstas, sino en salientes o anclajes, el piso tira de las columnas hacia el interior. En principio, es una estructura en que los pisos *sujetan* las columnas que los *sujeta*. Digamos que pisos y columnas se *sostienen mutuamente*.

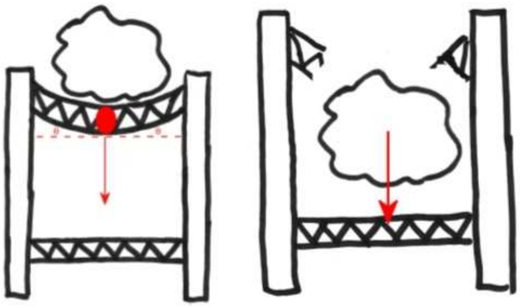
El error *conspiranoico* está en simplificar demasiado, y suponer que la única forma posible que tiene de colapsar el edificio es a través de aplastar las columnas que soportan a los pisos, porque éstos son indeformables. Pero una estructura es ***tan resistente como lo es su punto más débil***. Cuando cae la masa de escombros, no lo hace sobre las columnas, ***sino sobre el piso de debajo***. El piso trata de hundirse, apareciendo deformaciones de cizalladura en él, y éste a su vez tira de las columnas hacia dentro. La fuerza total que sienten las columnas se descompone en dos partes: una parte vertical, que produce la tensión compresiva pura, y otra horizontal, que provoca una tensión de cizalladura.

De forma que hay varias posibilidades para que la estructura ceda y colapse:



Primero, la tensión de cizalladura en las columnas, debido a que el piso que se hunde tira de ellas hacia dentro, sumado a la tensión de compresión hace que la estructura pueda finalmente *doblar* las columnas, y ser engullidas *hacia dentro*.

Otra forma de rotura se puede dar en el suelo del piso, deformado por la presión que hacen los escombros al caer. La tensión puede terminar por romper el piso (compuesto de acero y hormigón), *sin necesidad de doblar, aplastar o romper las columnas*. Es, *la otra razón* mencionada por la que se puede despreciar la resistencia de las columnas: *porque no son las columnas las que ceden*.



En este último caso, varios tramos de columnas permanecerían relativamente *intactas* en pie, aunque inestables (como lo estaría un lápiz fino y largo colocado en vertical) sin la sujeción que daban los pisos. Y de hecho, en los videos se ven partes de la pared exterior y de las columnas interiores que aguantan en pie varios segundos después del derrumbe, mostrando que este tipo de rotura ocurrió.

Terminamos al fin

Hemos visto cómo se puede modelar la dinámica del colapso de las torres gemelas usando ecuaciones conocidas de física general. Para poder realizar cálculos, es necesario realizar simplificaciones, las cuales están perfectamente justificadas en base a la física de materiales.

La resistencia de las columnas tiene una gran dependencia con la temperatura. La resistencia a 600ºC (temperatura estimada del incendio tras el choque de los aviones) es 3 veces menor que la del acero a 20ºC. Los aviones que impactaron eliminaron varias columnas exteriores, y posiblemente dañaran las interiores, haciendo que las fuerzas para soportar la masa de los pisos tuviera que repartirse entre el resto de las columnas intactas. La más que probable no homogeneidad en el nuevo reparto de fuerzas y tensiones (tanto de compresión, como de cizalladura), junto con el debilitamiento por temperatura de la resistencia de las columnas, y soportes de los pisos, son una causa muy plausible del inicio del colapso.

No se puede descartar que hubiera algún derrumbamiento interno de uno o varios pisos, dejando a las columnas en pie, pero con peor sustento (*las columnas sujetan a los pisos, y los pisos a las columnas*). En ese caso, el derrumbe interior de los pisos podría haber empezado apenas uno o dos segundos antes de que se observara a la estructura exterior hundirse en las imágenes, y podría justificar alguna afirmación conspiranoica de que se oyeron explosiones (en realidad, colapsos) justo antes de la caída.

Una vez iniciado el colapso, la física predice que era imposible de parar, incluso si es un sólo piso el que lo inicia, y en el *caso más exigente*, que es suponer sólo tensiones verticales de compresión de las columnas. La estructura real es mucho menos exigente que el modelo, y la rotura de la estructura no tiene por qué darse únicamente en las columnas, como presuponen los conspiranoicos, sino también en los propios pisos. Si en el caso más exigente se predice un colapso, en la estructura real, el colapso está asegurado. El uso de explosivos para *"ayudar"* a la caída, aparte de injustificado, resulta ser innecesario.

Además, el tiempo de caída que proporciona el modelo está dentro del rango de tiempos que se puede estimar en los videos, aún incluyendo el retraso debido a hacer colapsar las columnas.

A falta de otras evidencias, que después de varios años siguen sin aparecer, hay que concluir que las torres gemelas se desplomaron por el debilitamiento de la estructura como efecto de un incendio provocado por el choque de sendos aviones.

Notas

(1)

La presión que ejerce una columna de agua es

$$P = \rho g h$$

siendo ρ =1000kg/m^3 la densidad del agua, g=9.8 m/s^2 la aceleración de la gravedad, y h=11000 m la altura de una columna de agua en el fondo de la Fosa de las Marianas.

$$P = \rho g h = 1000\frac{Kg}{m^3}\cdot 9.8\frac{m}{s^2}\cdot 11000m = 1.08\cdot 10^8\frac{N}{m^2} \approx 1000 atms$$

---

(2)

La energía potencial de una masa de 5 Kg a 40 cm de altura es:

$$E_p = mgh = 5Kg\cdot 9.8\frac{m}{s^2}\cdot 0.40m = 19.6J$$

En la caída, esta energía se transforma en energía cinética, y es la que posee el adoquín cuando impacta con la lata.

---

(3)
"Energy transfer in the WTC collapse" F.R.Greening
http://www.911myths.com/WTCREPORT.pdf

---

(4)

La forma más conocida de la Ley de Hooke se expresa relacionando la fuerza con la deformación; otra formulación es equivalente es la relación que se expresa en las gráficas con tensión y deformación relativa:

$$P = Y\varepsilon \quad\Longrightarrow\quad P = \frac{F}{S},\ \ \varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0} \quad\Longrightarrow\quad F = k\Delta x,\ \ k = \frac{Y\cdot S}{x_0}$$

donde S es el área de la superficie (S=10.15m^2) y x_o es la altura de la columna (x_o =3.79m). Si llamamos P_0 y ε_0 a los valores del límite elástico,

$$P_0 = Y\varepsilon_0 \rightarrow Y = \frac{P_0}{\varepsilon_0}$$

y por tanto,

$$k = \frac{P_0 S}{\varepsilon_0 x_0} = \frac{3\cdot 10^8\frac{N}{m^2}\cdot 10.15m^2}{0.0035\cdot 3.79m} = 2.3\cdot 10^{11}\frac{N}{m}$$

---

(5)

La energía potencial de un muelle que se comprime una cantidad Δx, según la ley de Hooke es

$$U = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

operando para usar los valores ya conocidos:

$$U = \frac{1}{2} k \Delta x^2 = \frac{1}{2} \frac{P_0 S}{\varepsilon_0 x_0} \cdot (\varepsilon_0 x_0)^2 = \frac{1}{2} P_0 S \cdot \varepsilon_0 x_0 = \frac{1}{2} 3 \cdot 10^8 \frac{N}{m^2} 10.15 m^2 0.0035 \cdot 3.79 m = 2.02 \cdot 10^7 J$$

---

(6)

Suponemos que cada piso tiene exactamente la misma masa. Un bloque de n pisos se acelera, cuya masa es n·m, y choca con el siguiente. La masa se incrementa en un piso más (n+1)·m, y la velocidad final se reduce:

$$nmv_1 = (n+1) m v_2$$

$$v_2 = \frac{n}{n+1} v_1$$

---

(7)

A medida que un bloque de n pisos (cada uno con masa m) cae, adquiere una energía cinética. Antes chocar, esta energía es:

$$E_1 = \frac{1}{2} nm \cdot v_1^2$$

Después del choque, la energía resultante es:

$$E_2 = \frac{1}{2} (n+1) m \cdot v_2^2$$

Por (6), sabemos cual es la velocidad final. Sustituyendo queda:

$$E_2 = \frac{1}{2} (n+1) m \left(\frac{n}{n+1} \right)^2 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} nmv_1^2 \cdot \left(\frac{n}{n+1} \right)$$

La diferencia de energía entre ambas situaciones es:

$$E_1 - E_2 = \frac{1}{2} nm \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} nmv_1^2 \cdot \left(\frac{n}{n+1} \right) = \frac{1}{2} nm \cdot v_1^2 \cdot \left(1 - \frac{n}{n+1} \right) = \frac{E_1}{n+1}$$

---

(8)

No hemos hablado aún de masa. Lo dejamos para más adelante. Se muestra la energía por unidad de masa, por lo que para saber la energía, falta multiplicar por la masa media de un piso, que es la misma constante en ambos casos.

---

(9)

El tiempo de caída se calcula como

$$h=\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3.79}{9.8}}=0.879s$$

y la velocidad de la caída

$$v_1=gt=g\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{2gh}=8.61m/s \Rightarrow 31km/h$$

---

(10)

La energía antes del choque es:

$$E_1=\frac{1}{2}n\cdot m\cdot v_1^2=\frac{1}{2}\cdot 17\cdot m\cdot 8.61^2=630.1\cdot m$$

La velocidad después del choque, se calcula por (6), y es

$$v_2=\frac{n}{n+1}v_1=\frac{17}{18}8.61=8.13m/s \Rightarrow 29.27Km/h$$

y la energía después del choque es:

$$E_2=\frac{1}{2}(n+1)\cdot m\cdot v_2^2=\frac{1}{2}\cdot 18\cdot m\cdot 8.13^2=595.1\cdot m$$

La energía Q se puede calcular restando E_1-E_2, o por (7)

$$Q=E_1-E_2=(630.1-595.1)\cdot m=35\cdot m$$

$$Q=\frac{E_1}{n+1}=\frac{630.1\cdot m}{18}=35\cdot m$$

---

(11)

Si la energía disponible es Q=35·m, y se emplea toda en deformar el acero, que necesita una energía mínima de U=$2.02\cdot 10^7$ J,

$$Q=U$$

$$35\cdot m=2.02\cdot 10^7$$

$$m=\frac{2.02\cdot 10^7}{35}=5.77\cdot 10^5 Kg \Rightarrow 577Tons$$

577 toneladas por piso de masa son suficientes para que un bloque de 17 pisos no sea frenado, y continúe el colapso

Si el bloque inicial, en vez de 17 pisos constara de uno sólo, entonces su energía cinética E_1 y la energía sobrante Q, son:

$$E_1=\frac{1}{2}n\cdot m\cdot v_1^2=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot m\cdot 8.61^2=37.06\cdot m$$

$$Q=\frac{E_1}{n+1}=\frac{37.06m}{2}=18.53m$$

Y la masa mínima necesaria para producir el colapso es:

$$Q = U$$
$$18.53 \cdot m = 2.02 \cdot 10^7$$
$$m = \frac{2.02 \cdot 10^7}{18.53} = 1.09 \cdot 10^6\, Kg \Rightarrow 1090\, Tons$$

Un solo piso de 1000 toneladas es capaz de continuar el colapso

---

(12)

WTC:¿Demolición o colapso? en Gluon con Leche

---

(13)

A partir de la Ley de Hooke, Dado que la fuerza es masa por aceleración, y la aceleración es la segunda derivada del desplazamiento respecto al tiempo, se puede generalizar para establecer una ecuación de movimiento:

$$F = -k\Delta x \Rightarrow (n+1)m \cdot a = -k\Delta x$$
$$a = \frac{d^2\Delta x}{dt^2} \Rightarrow (n+1)m \cdot \frac{d^2\Delta x}{dt^2} = -k\Delta x$$

Donde m es la masa media de un piso, y n el número de pisos del bloque que impacta en la columna. Es una ecuación diferencial, cuya solución es un movimiento armónico simple, de frecuencia ω:

$$\frac{d^2\Delta x}{dt^2} + \frac{k}{(n+1) \cdot m}\Delta x = 0$$
$$\Delta x = \Delta x_{amp} \cdot \sin(\omega t) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{(n+1)m}}$$

La velocidad es la primera derivada respecto al tiempo:

$$\frac{d\Delta x}{dt} = v(t) = \omega \Delta x_{amp} \cdot \cos(\omega t)$$

El valor de ω en el primer choque en el colapso del WTC1, teniendo en cuenta que la masa consta del bloque de 17 pisos que cae más el piso que está colapsando,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{(n+1) \cdot m}} = \sqrt{\frac{2.3 \cdot 10^{11}}{18 \cdot 4.6 \cdot 10^6}} = 52.70\, hz$$

---

(14)

En el instante t=0, el acero no está deformado (*Δx=0*). El bloque impacta y lo pone en movimiento de compresión con la velocidad de (8). El *“muelle”* trata de frenar la compresión, hasta que alcanza el límite elástico en ε=0.35%. Para columnas de 3.79 m, esto representa 0.013 m. Para hallar el tiempo que tarda el *“muelle”* en alcanzar esa deformación, hay que empezar por saber cual sería la deformación máxima si el muelle fuera ideal (es decir, no perdiera sus propiedades elásticas), y se pusiera en movimiento con una velocidad v_1:

$$v(t=0)=\omega\Delta x_{amp}\cdot\cos(\omega\cdot 0)=\omega\Delta x_{\max}=v_1$$

$$\Delta x_{amp}=\frac{v_1}{\omega}=\frac{8.61m/s}{52.70hz}=0.163m\Rightarrow 16.3cm$$

Conocida la amplitud, ahora se despeja para saber el tiempo que tarda el muelle en llegar a Δx=0.013:

$$\Delta x(t)=\Delta x_{\max}\cdot\sin(\omega t)=0.013$$

$$\frac{0.013}{\Delta x_{amp}}=\sin(\omega t)$$

$$t=\frac{\arcsin(\frac{0.013}{\Delta x_{amp}})}{\omega}=0.0015149s\Rightarrow 1.5149ms$$